

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской области средняя общеобразовательная школа №19 им. Героя России Алексея Кириллина города Сызрани городского округа Сызрань Самарской области.

ИНЖЕНЕРНЫЕ СОРЕВНОВАНИЯ

«ЗАДАЧА О СЕМИ МОСТАХ»

в рамках школьной профильной смены «Лаборатория будущих профессионалов»

период 13.06.2024 - 29.06.2024

Инженерные соревнования «Задачи о семи мостах» ориентированы на учащихся одной параллели 8 классов.

В соревнованиях рассмотрим такую тему как: “Семь мостов Кенигсберга”, способы, примененные Леонардом Эйлером, для решения которой стали фундаментом для создания чрезвычайно важного и имеющего прикладное значение направления математики - теории графов и построим математическую модель данной темы.

Кенигсберг – это историческое название Калининграда, центра самой западной области России, знаменитой своим мягким климатом, пляжами и изделиями из янтаря. Калининград обладает богатым культурным достоянием. Здесь в свое время жили и трудились великий философ И. Кант, сказочник Эрнст Теодор Амадей Гофман, физик Франц Нейман и многие другие, чьи имена вписаны в историю науки и творчества. С Кенигсбергом связана одна интересная задача, так называемая задача о мостах Кенигсберга.

Целью соревнований является изучение истории возникновения задачи о мостах Кенигсберга, рассмотреть её решение, выяснить роль задачи в развитии математики. А заключительным этапом станут соревнования среди обучающихся 8 параллели по созданию мостов.

Леонард Эйлер



Рис 1. Леонард Эйлер

Леонард Эйлер- швейцарский математик и механик, внёсший фундаментальный вклад в развитие этих наук (а также физики, астрономии и ряда прикладных наук) . Наряду с Лагранжем — крупнейший математик XVIII века, считается одним из величайших математиков в истории. Эйлер — автор более чем 850 работ (включая два десятка фундаментальных монографий) по математическому анализу, дифференциальной геометрии, теории, приближенным вычислениям, небесной механики, математической физики, оптике, баллистике, кораблестроению, теории музыки и другим областям. Он глубоко изучал медицину, химию, ботанику, воздухоплавание, теорию музыки, множество европейских и древних языков.

Академик Петербургской, Берлинской, Туринской, Лиссабонской и Базельской академий наук, иностранный член Парижской академии наук. Первый российский член Американской академии искусств и наук.

Почти полжизни провёл в России, где внёс существенный вклад в становление российской науки. В 1726 году приглашён работать в Санкт-Петербург, куда переехал годом позже. С 1726 по 1741 год, а также с 1766 года был академиком Петербургской академии наук (будучи сначала адъюнктом, а с 1731 года — профессором); в 1741—1766 годах работал в Берлине (оставаясь одновременно почётным членом Петербургской академии). Уже через год пребывания в России хорошо знал русский язык и часть своих сочинений (особенно учебники) публиковал на русском. Первые русские академики-математики (С. К. Котельников) и астрономы (С. Я. Румовский) были учениками Эйлера.

Достижения в математике:

С точки зрения математики, XVIII век — это век Эйлера. Если до него достижения в области математики были разрознены и не всегда согласованы, то Эйлер впервые увязал анализ, алгебру, геометрию, тригонометрию, теорию чисел и другие дисциплины в единую систему, добавив при этом немало собственных открытий. Значительная часть математики преподаётся с тех пор «по Эйлеру» почти без изменений.

Благодаря Эйлеру в математику вошли общая теория рядов, фундаментальная «формула Эйлера» в теории комплексных чисел, операция сравнения по целому модулю, полная теория непрерывных дробей, аналитический фундамент механики, многочисленные приёмы интегрирования и решения дифференциальных уравнений, число e , обозначение i для мнимой единицы, ряд специальных функций и многое другое.

По существу, именно Эйлер создал несколько новых математических дисциплин — теорию чисел, вариационное исчисление, теорию комплексных функций, дифференциальную геометрию поверхностей; он заложил основы

теории специальных функций. Другие области его трудов: диофантов анализ, математическая физика, статистика и т. д.

Историк науки Клиффорд Трусделл писал: «Эйлер был первым учёным в западной цивилизации, кто стал писать о математике ясным и лёгким для чтения языком». Биографы отмечают, что Эйлер был виртуозным алгоритмистом. Он неизменно старался довести свои открытия до уровня конкретных вычислительных методов и сам был непревзойдённым мастером численных расчётов. Ж. Кондорсе рассказывал, что однажды два студента, выполняя независимо сложные астрономические вычисления, получили немного различающиеся результаты в 50-м знаке и обратились к Эйлеру за помощью. Эйлер проделал те же вычисления *в уме* и указал правильный результат.

Одно из самых популярных достижений Эйлера – решение задачи: “о семи мостах Кенигсберга” (в наши дни Калининград), о которой и пойдет речь в данном проекте.

История мостов Кёнигсберга

Возникший в XIII веке город Кёнигсберг (ныне Калининград) состоял из трёх формально независимых городских поселений и ещё нескольких «слобод» и «посёлков». Расположены они были на островах и берегах реки Прегель (ныне Преголя), делящей город на четыре главные части: Альтштадт, Кнайпхоф, Ломзе и Форштадт. Для связи между городскими частями уже в XIV веке стали строить мосты. В связи с постоянной военной опасностью со стороны соседних Польши и Литвы, а также по причине междоусобиц между Кёнигсбергскими городами (в 1454—1455 году между городами даже произошла война, вызванная тем, что Кнайпхоф перешёл на сторону Польши, а Альтштадт и Лёбенихт остались верны Тевтонскому ордену) в Средние века кёнигсбергские мосты имели оборонные качества. Перед каждым из мостов была построена оборонительная башня с закрывающимися подъёмными или двустворчатыми воротами из дуба и с железной кованой обивкой. Да и сами мосты приобретали характер оборонительных сооружений. Опоры некоторых мостов имели пятиугольную форму, типичную для бастионов. Внутри этих опор располагались казематы. Из опор можно было вести огонь через амбразуры.

Мосты были местом шествий, религиозных и праздничных процессий, а в годы так называемого «Первого русского времени» (1758—1762 годы), когда во время Семилетней войны Кёнигсберг ненадолго вошёл в состав Российской империи, по мостам проходили православные крестные ходы. Один раз такой крестный ход даже был посвящён православному празднику Водосвятия реки Прегель, вызвавшему неподдельный интерес у жителей Кёнигсберга.

К концу 19 века в Кёнигсберге было построено 7 основных мостов.

Самый старый из семи мостов **Лавочный мост** (Krämerbrücke/ Крэмер-брюке).



Рис. 2 Лавочный мост

Он был построен в 1286 году. Само название моста говорит само за себя. Площадь, которая прилежала к нему, была местом оживлённой торговли. Он связывал два средневековых города Альтштадт и Кнайпхоф. Построен он был сразу же в камне. В 1900 году он был перестроен и сделан разводным. По мосту стали ходить трамваи. Во время войны он был сильно разрушен, но восстановлен, пока в 1972 году не был демонтирован.

Вторым по возрасту был **Зелёный мост** (Grüne Brücke/Грюне-брюке). Он был построен в 1322 году. Этот мост связал остров Кнайпхоф с южным берегом Прегеля. Он так же был каменным и трёхпролётным. В 1907 году мост был перестроен, средний пролёт стал разводным и по нему стали ходить трамваи. Во время войны этот мост сильно пострадал, был восстановлен, а в 1972 году - демонтирован. Название моста происходит от цвета краски, в который традиционно красили опоры и пролётное строение моста. В XVII веке у Зелёного моста гонец раздавал прибывшие в Кёнигсберг письма. В ожидании корреспонденции здесь собирались деловые люди города. Здесь же в ожидании почты они обсуждали свои дела. Неудивительно, что именно в непосредственной близости от Зелёного моста

в 1623 году была построена кёнигсбергская торговая биржа. В 1875 году на другом берегу Прегеля, но также в непосредственной близости от Зелёного моста было построено новое здание торговой биржи, сохранившееся до сих пор (ныне Дворец культуры моряков). В 1972 году вместо Зелёного и Лавочного мостов был построен Эстакадный мост.

После Лавочного и Зелёного был построен **Рабочий мост** (Koettelbrücke/ Кёттель или Киттель-брюке), также соединявший Кнайпхоф и Форштадт.



Рис. 3 Рабочий мост

Иногда название также переводят как Потроховой мост.

И тот, и другой вариант перевода не является идеальным, так как немецкое название происходит из Саксонии и по-русски означает примерно «рабочий, вспомогательный, предназначенный для провоза мусора» и.т.п. Этот мост был построен в 1377 году. Он соединил город Кнайпхоф с пригородом Форштадт. Мост был наполовину каменным, а пролёты - деревянные настилы. В 1621 году, во время сильного наводнения, мост сорвало и унесло в реку. Мост возвратили на место. В 1886 году его

заменяли новым, стальным, трёхпролётным, разводным. По нему тоже ходили трамваи. Мост был разрушен во время Второй мировой войны и позднее не восстанавливался.

Кузнечный мост (Schmiedebrücke/Шмиде-брюке). Был построен в 1397



Рис . 4 Кузнечный мост

Как и Лавочный мост, он соединял город Альтштадт на северном берегу с островом Кнайпхоф. Название моста характерно для средневекового города, так как кузнецы играли тогда важную роль и были всеми уважаемы. Этот мост тоже был с каменными опорами и деревянными пролётами.

В 1896 году его перестроили, пролёты его стали стальными, а вот трамвайные пути обошли стороной. Во время войны он был разрушен. В советское время около опор моста находился плавучий ресторан.

Деревянный мост (Holzbrücke/Хольц-брюке) мост был построен в 1404 году и связал остров Ломзе (ныне остров Октябрьский) и город Лёбенихт.



Königsberg / Pr. - Alte Universität auf der Dominsel

Рис. 5 Деревянный мост

До этого на северном берегу Нового Прегеля существовала паромная переправа, но, а название уму дали по названию материала, из которого он был сделан. Таким он простоял 500 лет, и только в 1904 году был заменён новым, а вот название осталось прежним. На Деревянном мосту находилась памятная доска с выдержками из «Прусской хроники» Альбрехта Лухела Давида. Этот десятитомный труд повествовал о языческой Пруссии и истории Тевтонского ордена до 1410 года. Очень интересно оформление чугунного ограждения моста - были использованы лесные сюжеты. Мост тоже был разводным, по нему ходили трамваи, во время войны был разрушен, но очень быстро восстановлен. В 60-х годах этот мост попал в кадр в фильме "Отец солдата", который снимали в Калининграде. Мост существует и функционирует до сих пор, правда разводной механизм пришёл в негодность.

Остров Ломзе - это низменная, болотистая местность, часто затопляемая во время половодий.

Строительство домов на острове началось с 1455 года и тогда же была заложена ивовая дамба, которая в последствии стала улицей Октябрьской. В

1520 году был построен новый мост через Старый Прегель. Этот мост был выше других мостов из-за дамбы, и поэтому ему дали название

Высокий мост (Hohe Brücke/Хоэбрюке)



Рис.6 Высокий мост

Этот мост дал городу Альтштадту свой путь в Натангию, минуя остров Кнайпхоф и пригород Форштадт. В 1882 году мост был перестроен, при этом был возведён так называемый «мостовой домик», помещение для механизмов развода моста и т. п. Это красивое небольшое здание в стиле неоготики, несколько напоминающее замок в Диснейленде, сохранилось до сих пор. Сам старый Высокий мост был снесён в 1888 году, а в нескольких десятках метров от него был возведён новый Высокий мост, сохранившийся до сих пор и служащий подспорьем для пешеходов, автомобилей и трамваев. От старого Высокого моста сохранились опоры.

Самый молодой из семи мостов — **Медовый мост** (Honigbrücke/Хониг-брюке).



Рис.7 Медовый мост

Этот мост был возведён в 1542 году жителями города Кнайпхоф, в пику городу Альтштадту. Благодаря ему кнайпхофцы получили собственный выезд на остров Ломзе, и далее, через Высокий мост, в Натангию. По этому первоначальное имя моста звучало как "Насмешливый", а позднее Медовый. По преданию, за право владения мостом, хозяин близлежащей лавки расплатился с властями большим количеством мёда. На острове Ломзе перед Медовым мостом находилась площадь - Бычий рынок. На площади стояли фахверковые склады, а за ними особняки с садами. Здесь же находился дом, где жил Кант (1775 - 1783 г.), чтобы Канту попасть на работу, ему достаточно было перейти Медовый мост и свернуть направо, там находился университет "Альбертина". В 1882 году мост был полностью перестроен, средний пролёт

стал разводным, перила изготовила фирма "Кузнеца на Печатной". Как и Высокий и Деревянный мосты, Медовый мост сохранился до сих пор, но в отличие от них приобрёл практически исключительно пешеходный характер, так как сейчас на острове Кнайпхоф расположены только кафедральный собор (главная достопримечательность города) и парк скульптур, и проезд частного автотранспорта туда запрещён.

Решение задачи о семи мостах

А сейчас мы решим с вами задачу Эйлера про семь мостов. Звучит она так: Как пройти по всем мостам, не проходя при этом ни по одному из них дважды?



Рис. 8 Семь мостов

Эта задача известна с давних времён. Согласно легенде, жители Кёнигсберга задавались долгое время вопросом: как пройти по всем мостам города (через реку Преголя), при этом не проходя ни по одному мосту дважды? Многие люди пытались решить эту задачу как теоретически, так и практически, прогуливаясь по городу. Но решения долгое время не было: такой маршрут не находился, но и доказать, что его существовать не может, также никто не мог.

Впервые эту задачу решил в 1736 году великий математик Леонард Эйлер, которого она очень заинтересовала. Он нашёл простое правило, с помощью которого можно решить эту задачу и бесчисленное количество других задач, аналогичных этой.

Как Эйлер пришёл к решению задач такого типа? Он заметил, что в этой конкретной задаче есть четыре "области": два берега реки и два острова,

соединённые между собой мостами. Для упрощения понимания задачи он предложил "области" заменить точками, а мосты - линиями. Визуально задача стала выглядеть проще. Теперь она состояла в следующем: как, не отрываясь от бумаги, провести карандашом по всем линиям и точкам, не проходя по одной и той же линии два раза?

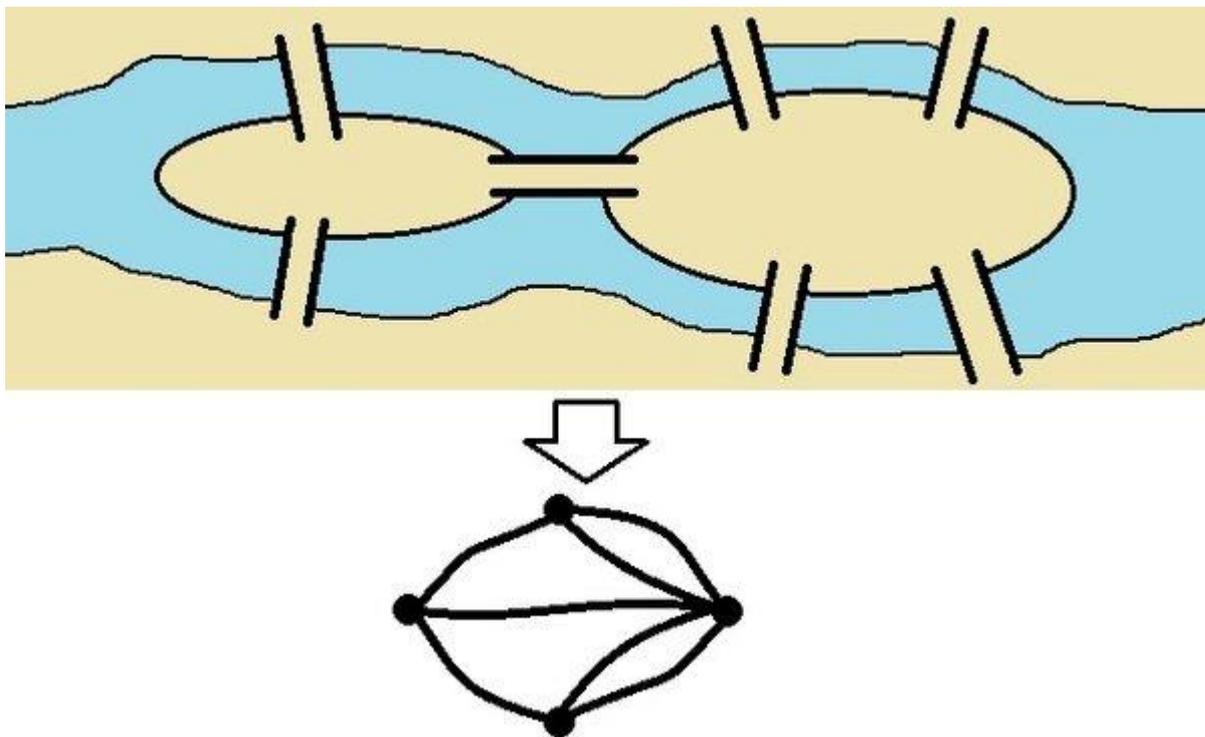


Рис. 9 Решение задачи

Эйлер заметил, что все точки соединены друг с другом нечётным количеством линий. Нарисовав ещё несколько подобных рисунков, только с разным количеством точек и соединявших их линий, он довольно быстро нашёл несколько правил для решения:

1) количество нечётных точек (то есть точек, которые соединяются с другими точками нечётным количеством линий), всегда будет чётное количество, т. е. 0, 2, 4, 6, и т. д.;

2) если все точки чётные (то есть соединяются друг с другом чётным количеством линий), а следовательно, нечётных точек - 0, то, чтобы соблюсти условие задачи, начните движение из любой точки и, пройдя все линии, Вы вернётесь в исходную точку;

3) если нечётных точек две, то начинать движение нужно в одной из них и закончить во второй;

4) если нечётных точек больше двух, то решения у данной конкретной задачи нет. Вот так всё просто оказалось! Следовательно, задача о семи мостах Кёнигсберга не имеет решения, так как нечётных точек четыре, что больше двух.

Соревнования

Перед соревнованиями необходимо подготовить кабинет к проведению состязания. Расставить столы так, чтобы команды не мешали друг другу. Перед началом мероприятия необходимо соорудить опоры моста из подручных материалов или предметов. Например, из стульев.

Место проведения: кабинет школы.

Материалы и оборудование: для каждой команды 50 листов бумаги А4, 6 пластиковых стаканчиков, 4 пластиковые ложки (вилки), скотч, 1 ножницы, 1 линейка, 1 ручка, 1 клей, презентация - слайд с правилами и требованиями к конструкции (который должен находиться на экране все время соревнований), видеоролик «Самые удивительные мосты мира», проектор, компьютер, памятка для команды с правилами и требованиями, Оценочный лист для судей.

Участники: команды по 6 человек из каждого класса, организаторы, жюри соревнований. Каждая команда может иметь какой-нибудь отличительный признак. Например, галстуки или футболки одинакового цвета (зеленого, красного, желтого, синего и белого).

Цель команды – построить конструкцию соединяющую концы обрыва над пропастью, используя стартовый набор материалов и инструментов. Каждая команда за 1 час должна сделать конструкцию на подобии моста, способную выдержать вес радиоуправляемой машинки с грузом при проезде по конструкции.

Правила инженерных соревнований:

- участники не могут пользоваться телефонами, планшетами, компьютерами и другими средствами связи;
- конструктивное общение между командами запрещено.
- пользоваться при выполнении задания можно только материалами и инструментами, выданными организаторами.

Требования к инженерной конструкции (мост):

- Минимальная длина - 50 см, измеряется от начала до конца конструкции.
- Минимальная ширина – 15 см.
- Устройство должно выдерживать вес машинки с грузом.

В течение всего времени проведения инженерных соревнований, судьи соревнований и команда организаторов следят за соблюдением командами данных правил и в случае их нарушения - наказывают провинившуюся команду штрафом (вплоть до снятия с соревнований).

Ход соревнований

1 этап – подготовительный.

Приветственное слово организаторов соревнований, представление команд, жюри. В начале соревнований организаторы показывают видеоролик, рассказывают о самых удивительных мостах мира. Затем знакомят участников с целью команды, правилами соревнований, требованиями, предъявляемыми к конструкции, критериями оценивания.

2 этап – конструирование.

Каждой команде выдается стартовый комплект материалов и инструментов, который включает в себя: 50 листов бумаги А4, 6 пластиковых стаканчиков, 4 пластиковые ложки (вилки), скотч, 1 ножницы, 1 линейка, 1 ручка, 1 клей, памятка с правилами и требованиями к конструкции. Засекается ровно 1 час, в течение которого, команды конструируют мост через пропасть. При строительстве моста не обязательно использовать все материалы! При подсчете баллов будет учитываться «количество» использованных материалов. Во время изготовления моста команды могут проверять свою конструкцию на макете.

3 этап – тестирование конструкции.

Порядок тестирования определяется случайным образом. Суммарное

время тестирования на каждую команду: 3 минуты. Сначала команда должна представить свой проект жюри в течение не более 1 минуты (какие материалы были использованы, особенности изготовления). Затем после сигнала организаторов у участников есть 15 секунд, чтобы поместить радиоуправляемую машинку на мост, который она должна проехать. После 15 секунд начинается тест, он продолжается в течение 1 минуты.

Если во время теста не удалось справиться с заданием, то дается еще одна попытка.

4 этап – подведение итогов и награждение.

Судьи посчитывают число очков каждой команды. Награждают команды грамотами и призами.

Критерии оценивания:

- Эстетика и архитектура сооружения
- Прочность конструкции
- Сплоченность команды
- Длина моста
- Ширина моста
- Количество затраченных материалов на конструкцию

Штрафные баллы:

Судьи могут оштрафовать команду в следующих случаях:

- Несоблюдения вышеизложенных правил;
- Использования собственных материалов и инструментов (т.е. тех материалов и инструментов, которые не были предоставлены организаторами);
- Использования инструментов в качестве материалов;
- Повреждения инструментов.

Подсчет очков. Подсчет очков осуществляется по формуле

$$S = D(2(C \times B \times A) - P), \text{ где}$$

C – средний балл за эстетичность по оценке жюри (от 1 до 5 баллов)

A – длина моста (см),

B – ширина моста (см)

D – Прочность (0/1),

P – штрафные баллы (от 0 до 4)

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Губин А. Б., Строкин В. Н. Очерки истории Кёнигсберга. — Калининград, Калининградское кн. изд-во, 1991.
2. Архитектурные памятники Кенигсберга. Справочник для Калининградцев и гостей города. Калининград, 2005.
3. Е.И. Игнатъев. В царстве смекалки., М. «Наука» Главная редакция физико-математической литературы, 1987.
4. Касаткин В. Н. Необычные задачи математики. – Киев, Радянська школа, 1987 (часть 2).
5. Шеренга великих математиков. Варшава: Наша Ксенгарня, 1970.
6. Б.А.Кордемский Великие жизни в математике: Кн. Для учащихся 8 – 11 кл. – М.: Просвещение, 1995.
7. Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики: геометрия. Старинные и занимательные задачи: пособие для учащихся 10 – 11 кл. –М.: Просвещение, 2008.
8. Перельман Я.И. Занимательные задачи и опыты. – М. Детская литература, 1972.
9. Энциклопедический словарь юного математика. – М.: Педагогика, 1989.
10. Разработка факультативного курса по математической логике на тему «Решение задач с помощью графов» - festival.1september.ru
11. Игнатъев Е.И. В царстве смекалки – М.: Наука, 1984.
12. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1984.